Formulario de Geometría Analítica

- La distancia entre dos puntos $P(x_1)$ y $Q(x_2)$ en la recta numérica:

$$d(P,Q) = |x_2 - x_1|$$

- La distancia entre dos puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ en el plano cartesiano es:

$$d(P,Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Fórmula del semiperímetro para el área de un triángulo:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\text{, donde } s = \frac{a+b+c}{2}$$

- Fórmula del determinante para el área de un polígono cerrado de "n" vértices:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

- El punto medio P_m de $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es:

$$P_m(x_m, y_m),\ \text{donde}\ X_m = \frac{x_1 + x_2}{2},\quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- Las coordenadas del punto $R(x, y)$ que divide al segmento $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es:

$$R(x, y),\ \text{donde}\ x = \frac{x_1 + r\cdot x_2}{1+r},\quad y = \frac{y_1 + r\cdot y_2}{1+r},\quad \text{con } r \neq -1$$

- La razón $r = \frac{PR}{RQ}$ *con* $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ y $R(x, y)$ se obtiene:

$$r = \frac{x - x_1}{x_2 - x} \quad o \quad r = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$$

La recta

- La pendiente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- El ángulo α que forma una recta con el eje X satisface:

$$m = \tan\alpha \quad \text{o} \quad \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad o \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)$$

- Ecuaciones de la recta:

  1) Punto-Pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$

  2) Dos puntos: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

  3) Pendiente-Ordenada al origen: $y = mx + b$

  4) La forma general: $Ax + By + C = 0$

  5) Forma simétrica: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, donde: $a = -\frac{C}{A}$ y $b = -\frac{C}{B}$

  6) Forma normal: $x\cos\alpha + y \operatorname{sen}\alpha - \rho = 0$

- Ángulo entre dos rectas: $\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2\cdot m_1}$

- Pendientes de 2 rectas paralelas: $m_1 = m_2$

- Pendientes de 2 rectas perpendiculares:

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \quad o \quad m_1 \cdot m_2 = -1$$

- Distancia de la recta $Ax + By + C = 0$ al punto $P(x_1, y_1)$ es:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Formulario de Geometría Analítica

La circunferencia

- Ecuaciones de la circunferencia:
  1) Centro en el origen y radio r: $x^2 + y^2 = r^2$

  2) Forma estándar o canónica con radio r y centro fuera del origen en $C(h,k)$: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

  3) Forma general: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

- De la ecuación en forma general se puede obtener el centro y radio:

$$h = -\frac{D}{2}\ , \quad k = -\frac{E}{2} \longrightarrow C(h,k)\ ; \quad r = \frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$$

La parábola

Vértice en el origen $V(0,0)$		Vértice fuera del origen $V(h,k)$	
Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
$y^2 = 4px$ $p > 0 \longrightarrow$ Abre a la derecha $p < 0 \longrightarrow$ Abre a la izquierda	$x^2 = 4py$ $p > 0 \longrightarrow$ Abre hacia arriba $p < 0 \longrightarrow$ Abre hacia abajo	$(y-k)^2 = 4p(x-h)$ $p > 0 \longrightarrow$ Abre a la derecha $p < 0 \longrightarrow$ Abre a la izquierda	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$ $p > 0 \longrightarrow$ Abre hacia arriba $p < 0 \longrightarrow$ Abre hacia abajo

- Ecuación general de una parábola horizontal: $y^2 + Dx + Ey + F = 0$
- Ecuación general de una parábola vertical: $x^2 + Dx + Ey + F = 0$

Formulario de Geometría Analítica

La elipse

- **Elipse con centro en el origen:**

  Elipse horizontal: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

  Elipse vertical: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

  donde: $a^2 = b^2 + c^2$

- **Elipse con centro fuera del origen en $C(h,k)$**

  Elipse horizontal:
  $$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

  Elipse vertical:
  $$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

- **Ecuación general de la elipse:**
  $$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- **La excentricidad:** $e = \frac{c}{a}$, $e < 1$

- **Longitud de lado recto:** $LLR = \frac{2b^2}{a}$

- **Directrices:**

Elipse horizontal

con centro en el origen: $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

con centro fuera del origen en $C(h,k)$: $x = \pm\frac{a}{e} + h = \pm\frac{a^2}{c} + h$

Elipse vertical

con centro en el origen: $y = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

con centro fuera del origen en $C(h,k)$: $y = \pm\frac{a}{e} + k = \pm\frac{a^2}{c} + k$

La hipérbola

- **Hipérbola con centro en el origen:**

  Hipérbola horizontal: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

  Hipérbola vertical: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

  Donde: $c^2 = a^2 + b^2$

- **Asíntotas de la hipérbola con centro en el origen:**

  Cuando es horizontal: $y = \frac{b}{a}x$ y $y = -\frac{b}{a}x$

  Cuando es vertical: $y = \frac{a}{b}x$ y $y = -\frac{a}{b}x$

- **Hipérbola con centro fuera del origen en $C(h,k)$:**

  Hipérbola horizontal: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

  Hipérbola vertical: $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

- **Asíntotas de la hipérbola con centro fuera del origen en $C(h,k)$:**

  Cuando es horizontal:
  $$y - k = \frac{b}{a}(x-h) \quad \text{y} \quad y - k = -\frac{b}{a}(x-h)$$

  Cuando es vertical:
  $$y - k = \frac{a}{b}(x-h) \quad \text{y} \quad y - k = -\frac{a}{b}(x-h)$$

- **Ecuación general de la hipérbola:**
  $$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- **Longitud de lado recto:** $LLR = \frac{2b^2}{a}$

- La excentricidad: $e = \frac{c}{a}$, $e > 1$